Two-Phase Flows

Razi University
Educational Use

Particle Collisions

- معمولا از دو نوع مدل برخورد کره سخت و برخورد کره نرم برای بررسی برخورد ذرات استفاده می‌شود. در شبیه‌سازی‌های جریان‌های حاوی ذره توسط محققین مختلف از هر دو مدل استفاده می‌شود و با توجه به شرایط مساله می‌توانند بهینه یا ناکارامد ظاهر شوند. مدل برخورد کره سخت بصورت پیشروی رویدادی و مدل برخورد کره نرم بصورت پیشروی زمانی می‌باشد.

Hard-Sphere Collision Model

Soft-Sphere Collision Model

Razi University
Educational Use

- پیشروی رویدادی در مدل کره سخت به این معنی می‌باشد که با توجه به کوتاه بودن بازه زمانی برخورد نسبت به بازه زمانی عدم برخورد، برخوردها یک به یک مورد بررسی قرار گرفته و حل پیش می‌رود. در این صورت زمان کل شبیه‌سازی تابعی از تعداد برخوردها می‌باشد.
- پیشروی زمانی در مدل برخورد نرم نیازمند گام زمانی کمتر از زمان برخورد بوده و به این معناست که در سیستم های نسبتا رقیق‌تر ذرات این مدل غیر بهینه تر از مدل برخورد کره سخت می‌باشد. در مدل برخورد کره نرم تغییر شکل اندک ذره و همچنین برخورد های چندگانه همزمان ذرات مجاز بوده و به علت استفاده آن از قانون نیوتن، در نظرگرفتن نیروهای محدوده کوتاه مانند چسبندگی به راحتی امکان‌پذیر است در حالیکه در مدل برخورد کره سخت اینگونه نیست.

Razi University Educational Use

- مدل برخورد سخت در سیستم‌های با ذرات با اندازه‌های متفاوت مزیت بهتری دارد زیرا ضریب سختی فنر در مدل برخورد نرم که از مدل فنر و دمپر استفاده می‌کند به اندازه ذره وابسته است و در برخورد ذرات مختلف باید مدنظر قرار گرفته شود.

مقایسه مدل‌های برخورد کره سخت و کره نرم: وندرهوف و همکاران، 2006		
ویژگی	مدل برخورد کره سخت	مدل برخورد کره نرم
بهینه بودن محاسباتی	+ +	+
برخورد چندگانه ذرات	-	+ +
سیستم های غلیظ ذرات	-	+ +
در نظر گرفتن نیروی چسبندگی	+	+ +
پایستگی انرژی حین برخورد	+ +	+
ذرات با اندازه مختلف	+ +	+

Razi University Educational Use

مدل برخورد کره سخت

- در مدل برخورد کره سخت برخوردها بصورت ضربه‌ای در نظر گرفته شده و نیروهای دیگر ناچیز فرض می‌شود. برخوردهای لحظه ای ذرات با در نظر گرفتن پایستگی مومنتم بوده و برخوردهای صرفا دوگانه بر حسب زمان وقوع یک به یک بررسی می‌شود. استفاده از مدل کره سخت در سیستم‌های نسبتا رقیق‌تر ذرات سرعت بهتری نسبت به مدل کره نرم دارد. استفاده از مدل کره سخت در شبیه‌سازی گسسته ذرات اولین بار توسط کمپبل و برنن (۱۹۸۵) گزارش شده است.

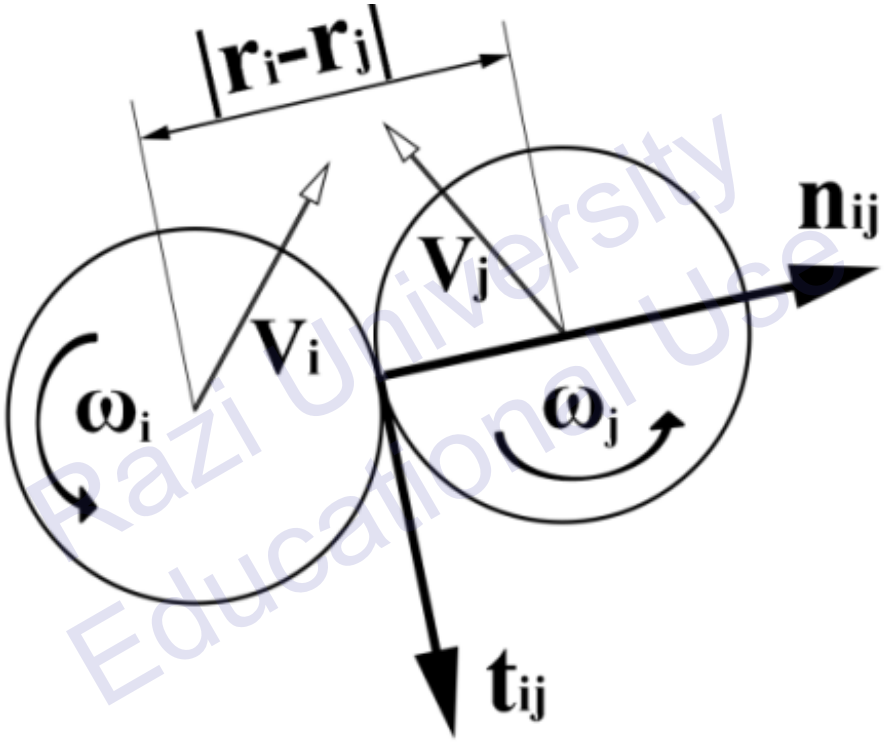
Razi University Educational Use

مدل برخورد کره سخت

- هومنز و همکاران (۱۹۹۶، ۲۰۰۰ و ۲۰۰۱) با ترکیب آن با دینامیک سیالات محاسباتی و معادلات بقای فاز گاز برای کاربرد شبیه‌سازی بستر سیال پرداختند. بررسی تاثیر برخورد ذرات در تولید حباب هوا (هومنز و همکاران، ۱۹۹۶)، جداسازی ذرات بواسطه تفاوت در چگالی یا اندازه (هومنز و همکاران، ۲۰۰۰)، برقراری ارتباط با تئوری جنبش جریان های دانه‌ای (گلداشمیت و همکاران ، ۲۰۰۱)، سیال سازی با فشار بالا (لی و کوییپرز، ۲۰۰۲، ۲۰۰۳ و ۲۰۰۵)، جداسازی ذرات با توزیع پیوسته قطر (دال و همکاران، ۲۰۰۴ و دال و هرنیا ، ۲۰۰۴ و ۲۰۰۵)، بستر سیال گردشی (هی و همکاران ، ۲۰۰۶)، بستر سیال فورانی (لینک و همکاران، ۲۰۰۴، ۲۰۰۵ و ۲۰۰۷)، جریان ذرات عبوری از کانال منقبض شونده (ورمان و همکاران ، ۲۰۰۷) از جمله موارد استفاده شده مدل برخورد کره سخت می باشد.

Razi University Educational Use

مدل برخورد کره سخت



Razi University
Educational Use

مدل برخورد کره سخت

- سرعت نسبی دو ذره در نقطه برخورد c بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$\vec{v}_{ij} = \vec{v}_{i,c} - \vec{v}_{j,c} = (\vec{v}_i - \vec{v}_j) - (R_i\vec{\omega}_i + R_j\vec{\omega}_j) \times \vec{n}_{ij}$$

- جهت بردار عمودی در راستای خط عبوری از مرکز دو کره و جهت بردار مماسی عمود بر آن و مماس بر دو کره در نقطه تماس آنها می‌باشد. بردارهای یکه عمودی و مماسی که در نقطه برخورد تعریف می‌شوند بصورت زیر می‌باشند.

$$\vec{n}_{ij} = \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{\left|\vec{r}_i - \vec{r}_j\right|}$$

$$\vec{t}_{ij} = \frac{\vec{v}_{ij,0} - (\vec{n}_{ij}.v_{ij,0})\vec{n}_{ij}}{\left|\vec{v}_{ij,0} - (\vec{n}_{ij}.v_{ij,0})\vec{n}_{ij}\right|}$$

Razi University Educational Use

مدل برخورد کره سخت

- که در آن اندیس صفر نشان دهنده سرعت نسبی دو کره قبل از برخورد می‌باشد. با اعمال قانون دوم و سوم نیوتن برای برخورد دو کره می توان روابط زیر را نوشت.

$$m_i(\vec{v}_i - \vec{v}_{i,0}) = -m_j(\vec{v}_j - \vec{v}_{j,0}) = \vec{J}$$

$$\frac{I_i}{R_i}(\vec{\omega}_i - \vec{\omega}_{i,0}) = -\frac{I_j}{R_j}(\vec{\omega}_j - \vec{\omega}_{j,0}) = -\vec{n}_{ij} \times \vec{J}$$

- ممان اینرسی کره $I = 0.4mR^2$ می باشد. با ترکیب روابط فوق به رابطه زیر می رسیم.

$$\vec{v}_{ij} - \vec{v}_{ij,0} = \frac{7\vec{J} - 5\vec{n}_{ij}(\vec{J}.\vec{n}_{ij})}{2m_{ij}}$$

- که در آن جرم کاهش یافته (m_{ij}) بصورت زیر تعریف می‌شود. $m_{ij} = (\frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j})^{-1}$

Razi University
Educational Use

مدل برخورد کره سخت

- برای بدست آوردن سرعت ذرات بعد از برخورد از مدلی شامل سه متغیر برای توصیف بردار ضربه ($\vec{J}$) استفاده می‌شود. متغیرهای ضریب بازگشت عمودی (e_n)، ضریب بازگشت مماسی (β_0) و ضریب اصطکاک دینامیکی (μ_f) بصورت زیر تعریف می‌شود.

- Normal Restitution $$e_n = -\frac{\vec{n}_{ij}.\vec{v}_{ij}}{\vec{n}_{ij}.\vec{v}_{ij,0}}$$

- Tangential Restitution $$\beta_0 = -\frac{\vec{n}_{ij}\times\vec{v}_{ij}}{\vec{n}_{ij}\times\vec{v}_{ij,0}}$$

- Dynamic Friction $$\mu_f = -\frac{\left|\vec{n}_{ij}\times\vec{J}\right|}{\vec{n}_{ij}.\vec{J}}$$

Razi University
Educational Use

مدل برخورد کره سخت

- ضریب بازگشت عمودی و مماسی در محدوده ۰ تا ۱ و ضریب اصطکاک دینامیکی بزرگتر یا مساوی صفر می‌باشد. با استفاده از تعریف ضریب بازگشت عمودی، مولفه عمودی بردار ضربه بصورت زیر می‌باشد.

$$J_n = -(1+e_n)m_{ij}(\vec{n}_{ij}.\vec{v}_{ij,0})$$

Razi University
Educational Use

مدل برخورد کره سخت

Sliding Sticking

- مولفه مماسی بردار ضربه براساس نوع برخورد (چسبنده یا لغزنده) به دو صورت تعریف می شود. اگر مولفه مماسی سرعت نسبی به اندازه کافی بزرگ باشد و یا ضریب بازگشت مماسی و ضریب اصطکاک دینامیکی به اندازه کافی کوچک باشند، برخورد لغزشی و در غیر اینصورت چسبنده خواهد بود. مولفه مماسی بردار ضربه بصورت زیر تعریف می شود.

$$J_t = \begin{cases} -\frac{2}{7}(1+\beta_0)\times m_{ij}(\vec{v}_{ij,0}.\vec{t}_{ij}) & \mu_f J_n \geq \frac{2}{7}(1+\beta_0)\times m_{ij}(\vec{v}_{ij,0}.\vec{t}_{ij}) \\ -\mu J_n & \mu_f J_n < \frac{2}{7}(1+\beta_0)\times m_{ij}(\vec{v}_{ij,0}.\vec{t}_{ij}) \end{cases}$$

- که به ترتیب برخورد چسبنده و لغزنده را نشان می‌دهد. با دانستن مقدار بردار ضربه سرعت بعد از برخورد ذرات محاسبه خواهد شد.

Razi University Educational Use

مدل برخورد کره نرم

- در شبیه‌سازی برخورد ذرات جریان غلیظ از ذره معمولا از مدل برخورد کره نرم استفاده می‌شود. نیرو و گشتاور وارد شده بر ذره ناشی از برخورد که در معادلات حرکت ذره قرار داشت بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\vec{F}_{c,i} = \sum_j (\vec{F}_{cn,ij} + \vec{F}_{ct,ij})$$

$$\vec{T}_{c,i} = \sum_j (r_i \vec{n}_{ij} \times \vec{F}_{ct,ij})$$

- که در آن نیروی ناشی از برخورد بصورت مجموع برایند نیروهای عمودی و مماسی بوده و گشتاور ناشی از برخورد نیز بصورت مجموع ضرب خارجی شعاع ذره و نیروی مماسی برخورد می‌باشد.

Razi University
Educational Use

مدل برخورد کره نرم

- مدل برخورد کره نرم که در شرایط واقعی و در صورت در نظر گرفتن برخوردهای غیرضربه ای و وجود نیروهای با محدوده کوتاه یا بلند عملکرد مناسبی دارد برای اولین بار توسط کاندال و استراک (۱۹۷۹) برای شبیه‌سازی دینامیک ذرات معرفی شد. تسوجی و همکاران (۱۹۹۳) با استفاده از این مدل به شبیه‌سازی بستر گاز جامد دو بعدی و کاواگوچی و همکاران (۱۹۹۸) با توسعه این مدل به شبیه‌سازی سه‌بعدی بستر گاز-جامد پرداختند.

Razi University Educational Use

مدل برخورد کره نرم

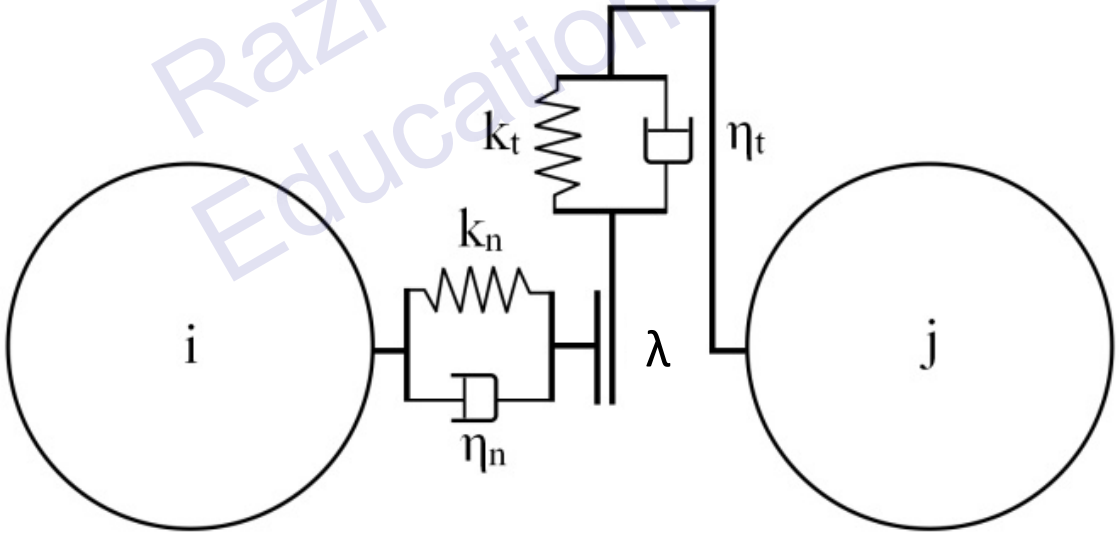
- در مدل برخورد کره نرم از یک گام زمانی ثابت استفاده می‌شود و ذرات مجازند که تا حدی در هم فرورونند. نیروی برخورد بر اساس تغییر شکل ناشی از برخورد محاسبه می‌شود. برخورد می‌تواند چندگانه باشد که در آن‌صورت مجموع نیروهای برخوردهای دوگانه در آن گام زمانی اعمال می‌شود بهمین دلیل انتخاب مناسب گام زمانی مهم است.
- ارائه روشی جهت محاسبه دقیق نیروهای تماسی منجر به بحث‌های پیچیده مکانیک تماس می‌شود (جانسون، ۱۹۸۵) که پیاده سازی آن بسیار دشوار می‌باشد. به منظور کاهش زمان محاسبه، مدل‌های مکانیک برخورد با ساده‌سازی‌هایی استفاده شوند مشروط بر آنکه انرژی داخلی برخورد دقت کافی داشته باشد. به همین دلیل مدل‌های ساده‌شده بسیاری پیشنهاد شده که هر یک از آنها تقریبی برای نیروی تماسی بین ذرات ارائه می‌کنند.

Razi University
Educational Use

مدل برخورد کره نرم

- ساده ترین مدل توسط کاندال و استراک (۱۹۷۹) پیشنهاد شده که همانطور که در شکل نشان داده شده است، نیروی تماسی به دو بخش عمودی و مماسی تقسیم شده و از فنر و دمپر برای محاسبه نیروی تماسی استفاده می‌شود.

Spring and Dashpot



Razi University
Educational Use

مدل برخورد کره نرم

- مولفه عمودی نیروی برخورد بین دو ذره $\mathbf{i}$ و $\mathbf{j}$ بصورت مجموع نیروی فنر و دمپر ناشی از الاستیک و غیر الاستیک بودن ماهیت برخورد بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\vec{F}_{cn,ij} = -k_n \delta_n^{1.5} \vec{n}_{ij} - \eta_n \vec{v}_{n,ij}$$

- که در آن k_n ضریب سختی عمودی فنر، η_n ضریب میرایی عمودی، $\vec{n}_{ij}$ بردار یکه عمودی برخورد و $\vec{v}_{n,ij}$ بردار سرعت نسبی عمودی می‌باشد. بنابر تئوری برخورد هرتز، نیروی فنر را بصورت غیرخطی و با توان ۱/۵ جابجایی در نظر می‌گیریم.

Razi University Educational Use

مدل برخورد کره نرم

- مولفه مماسی نیروی برخورد بین دو ذره بصورت زیر حساب می‌شود. در حالت لغزشی که نیروی مماسی از نیروی اصطکاک بزرگتر است، اصطکاک کولمب به عنوان نیروی مماسی در نظر گرفته می‌شود.

$$\vec{F}_{ct,ij} = \begin{cases} -k_t \vec{\delta}_t - \eta_t \vec{v}_{ct,ij} & \left|\vec{F}_{ct,ij}\right| \le \lambda \left|\vec{F}_{cn,ij}\right| \\ -\lambda \left|\vec{F}_{cn,ij}\right| \vec{t}_{ij} & \left|\vec{F}_{ct,ij}\right| > \lambda \left|\vec{F}_{cn,ij}\right| \end{cases}$$

- که در آن k_t ضریب سختی مماسی فنر، η_t ضریب میرایی مماسی، λ ضریب اصطکاک و $\vec{t}_{ij}$ مولفه مماسی بردار سرعت نسبی می‌باشد.

Razi University Educational Use

مدل برخورد کره نرم

- ضریب سختی عمودی و مماسی فنر وابسته به مشخصات ذره شامل شعاع، مدول یانگ و نسبت پواسون می باشد که بصورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$k_n = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{r_i r_j}{r_i + r_j}}\left(\frac{1-\upsilon_i^2}{E_i} + \frac{1-\upsilon_j^2}{E_j}\right)^{-1}$$

$$k_t = 8\sqrt{\frac{r_i r_j}{r_i + r_j}\delta_n}\left(\frac{2-\upsilon_i}{G_i} + \frac{2-\upsilon_j}{G_j}\right)^{-1}$$

- که در آن r، E و ν به ترتیب شعاع، مدول یانگ و نسبت پواسون ذره بوده و G مدول برشی می باشد که بصورت $G = E/2(1+\upsilon)$ تعریف می‌گردد.

Razi University Educational Use

مدل برخورد کره نرم

- ضریب میرایی عمودی و همچنین ضریب میرایی مماسی بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$\eta_n = \eta_t = \alpha \sqrt{\frac{m_i m_j}{m_i + m_j} k_n \delta_n^{\frac{1}{4}}}$$

- که در آن α ضریب تجربی وابسته به ضریب بازگشت عمودی (e_n) می‌باشد (تسوجی و همکاران، ۱۹۹۲). مدل‌سازی برخورد ذره با دیوار نیز مشابه با برخورد دو ذره در نظر گرفته شده با این تفاوت‌که دیوار یک ذره با جرم و شعاع بی‌نهایت فرض می‌شود.

Razi University Educational Use

مدل برخورد کره نرم

- زمان تماس وابسته به جرم، ضریب سختی و ضریب بازگشت عمودی تعریف می‌شود و می‌تواند معیاری برای انتخاب گام زمانی باشد (وندرهوف و همکاران، ۲۰۰۶) و یا گام زمانی رایلی (لی و همکاران، ۲۰۰۵) که بصورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\delta t_c = \sqrt{\frac{m_i m_j}{m_i + m_j} \frac{\pi^2 + (\ln e_n)^2}{k_n}}$$

$$\delta t_c = \frac{\pi \overline{R}}{0.8766 + 0.163\nu} \sqrt{\frac{\rho}{G}}$$

Razi University
Educational Use

پایان